Chapitre 2 : Les signaux analogiques (ou continus)

1. Introduction

Une grandeur physique, traduite par un capteur sous la forme d'un signal électrique, dépend continûment du temps.

Le signal sera alors une fonction **continue** du temps : s : t => s(t)

t est une variable **continue** réelle représentant le temps. s(t) est un nombre réel (parfois complexe, $s^*(t)$ représente alors le conjugué).

s(t), porteur d'**information**, est aussi porteur **d'énergie** ; la puissance est proportionnelle à $s^2(t) = [s(t)\ s^*(t)]$ et l'énergie sur un intervalle $[t_1, t_2]$ sera proportionnelle à $\int_{t1}^{t2} s^2(t)dt$.

En général, on considérera que les signaux sont générés à partir d'un certain moment pris comme origine des temps. On supposera par conséquent que ces signaux n'existent pas pour t < 0, c'est-à-dire qu'ils sont nuls pour t < 0. Ces signaux sont dits causaux (ou causals).

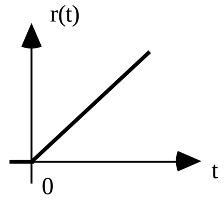
2. Les signaux classiques

2.1. Le signal harmonique ou sinusoïdal

Le signal sinusoïdal, très employé, est le signal périodique par excellence. C'est une sinusoïde éternelle (non causale). On peut donc exciter un système par un signal-test sinusoïdal et explorer sa réponse en faisant varier la fréquence, pour observer par exemple les résonances. On emploie aussi le signal mathématique $e^{j\omega t}$ qui est plus facile à manipuler (Rappel : $e^{j\omega t} = \cos(\omega t) + j\sin(\omega t)$).

2.2. La rampe unitaire r(t), causale

$$r(t) = \begin{cases} 0 \text{ pour } t < 0 \\ t \text{ pour } t \geq 0 \end{cases} \text{(causalité)}$$



En physique, la pente est rarement 1. Elle exprime la vitesse de variation de la grandeur considérée.

$\theta(t) = ar(t)$; a = 0.2 degré par seconde exprime par exemple la croissance linéaire de la température d'un four.

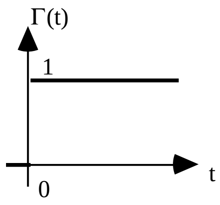
2.3. L'échelon unitaire de Heaviside Γ(t) ou fonction existence

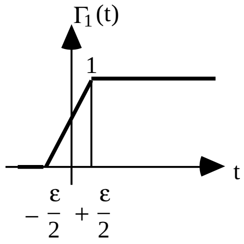
$$\Gamma(t) = \begin{cases} 0 \text{ pour } t < 0 \\ 1 \text{ pour } t \geq 0 \end{cases} \text{(causalité)}$$

$\Gamma(t)$ est la dérivée (discontinue à l'origine) de r(t) ; $\Gamma(t)$ n'est pas définie pour t = 0 ;

$\Gamma(0^+) = 1$ et $\Gamma(0^-) = 0$.

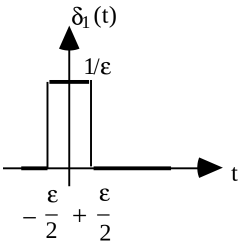
Il est possible de faire l'analogie avec un système électrique. Appliquons une tension continue à un système. La tension est bien connue avant, puis après la fermeture en t = 0 de l'interrupteur. Si son amplitude est E_o la tension sera un échelon non unitaire $E_o\Gamma(t)$. On peut être tenté d'exprimer la durée ε finie de fermeture de l'interrupteur et la continuité de l'évolution de la tension, ici en outre linéarisée, par $\Gamma_1(t)$.

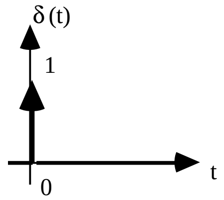




2.4. L'impulsion unitaire de Dirac δ(t)

Dérivons Γ_1, nous obtenons $\delta_1(t)$ qui vaut 1/ε dans l'intervalle] - ε /2 , + ε /2 [.
On observe que son aire est 1 quel que soit ε donc $\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)\,dt = 1$ ∀ε. Si on fait tendre ε vers 0, δ_1 ne tend pas vers une limite au sens des fonctions, mais au sens des distributions car $\delta_1(t)$ n'est pas dérivable aux deux points de cassure. Cette limite est δ(t), qui est appelée la distribution de Dirac.





L'intégrale $\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)\,dt = 1$ constitue une sorte de définition de δ(t).

L'impulsion de Dirac δ(t) est dite unitaire car sa <u>mesure</u>, ou son <u>poids</u>, ou son <u>aire</u> vaut 1. En pratique, nous considérerons qu'une impulsion **brève** de forme quelconque peut être approchée, du point de vue de ses effets, par une impulsion de Dirac de mesure A, A étant l'aire de l'impulsion brève.

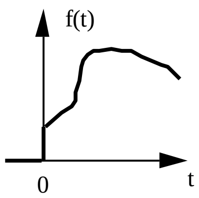
<u>Propriétés de l'impulsion de Dirac</u> :1) $\int_{-\infty}^{+\infty}s(t)\delta(t-t_1)dt = s(t_1)$; $\int_{-\infty}^{+\infty}s(t)\delta(t)dt = s(0)$

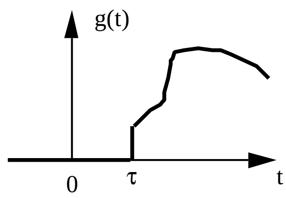
2) $s(t)\delta(t-a) = s(a)\delta(t-a)$

3) Changement de variable : $\delta(at) = |a|^{-1}\delta(t)$

Cas particulier : $\delta(\omega) = \frac{1}{2\pi}\delta(f)$

2.5. Le signal causal retardé





g(t) = f(t - τ) ; g(t) est nul pour t < τ.

La somme de signaux causaux et de signaux retardés permet de créer des signaux de formes quelconques. Ainsi 3Γ(t) - 3Γ(t - T_O) est un créneau causal de hauteur 3 et de durée T_O.